

A blue wireframe sphere is centered on the page. The background consists of several concentric circles in shades of blue, with faint, scattered letters and symbols like 'BN', 'S', 'Y', 'R', 'J', 'F', 'A', 'B', 'L', 'O', 'ADVE', and 'XIVE' overlaid on it. The sphere is composed of a network of light blue lines connecting small dots, creating a mesh-like structure.

---

# Comunicação Breve

---



<http://revistarebram.com/index.php/revistauniara>

## EFICIÊNCIA DE FIBRAS DE AÇO NO REFORÇO AO CISALHAMENTO DE VIGAS CHATAS

Daniel William Costa de Avelar\*; Vladimir José Ferrari \*\*.

\* *Mestrando em Engenharia Civil com enfoque em Estruturas e Geotecnia (PCV) pela Universidade Estadual de Maringá.*

\*\* *Doutorado em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) pela Universidade de São Paulo, Brasil.*

\*Autor para correspondência e-mail: [dwcavelar2@uem.br](mailto:dwcavelar2@uem.br)

### PALAVRAS-CHAVE

Vigas Chatas  
Cisalhamento  
Concreto Reforçado com Fibras

### KEYWORDS

Wide-shallow Beams  
Shear  
Steel Fiber Reinforced Concrete

**RESUMO:** Vigas chatas (VCs) são elementos estruturais caracterizados por sua seção transversal com largura maior que a altura, tendo aplicação especial em estruturas onde, por requisitos arquitetônicos, vigas devem ter a mesma espessura da laje. Como o espaçamento máximo entre os estribos é função da altura da seção, VCs normalmente requerem espaçamentos reduzidos, elevando sua taxa de armadura transversal e dificultando sua execução. Fibras de aço, distribuídas aleatoriamente no concreto, também aumentam a capacidade ao cisalhamento de vigas, entretanto, pesquisas sobre esse assunto não se aplicam, quase que em sua totalidade, ao caso específico de VCs. No presente trabalho, dez VCs foram submetidas a um ensaio de flexão em quatro pontos com o objetivo de avaliar seu comportamento ao cisalhamento. Essas vigas (vão livre de 650 mm, 150 mm de largura e 100 mm de altura) foram moldadas utilizando-se distintos teores de fibras de aço (0, 25, 35 e 45 kg/m<sup>3</sup>), sendo confeccionado também um grupo com taxa mínima de armadura de cisalhamento composta por estribos. Os principais efeitos das fibras foram, mesmo em pequenas quantidades, proporcionar uma resistência residual à flexão ao concreto e aumentar a resistência ao cisalhamento das VCs, retardando o desenvolvimento de fissuras de cisalhamento diagonais. Com o consumo de 45 kg/m<sup>3</sup> de fibras, o comportamento da viga chata foi significativamente modificado em relação a resposta da viga sem estribo. A maior parte dos modelos analíticos estudados apresentaram boa estimativa (cerca de 11% superior ao valor experimental) da resistência ao cisalhamento das VCs analisadas no presente trabalho.

### EFFICIENCY OF STEEL FIBERS ON SHEAR STRENGTH OF WIDE-SHALLOW BEAMS

**ABSTRACT:** Wide-shallow beams (WSBs) are structural elements characterized by having a width larger than its depth. They have special application on structures where beams must have the same thickness than the floor due to architectural requirements. As it depends on the effective height, WSBs usually require closer stirrup spacing, leading to high transverse reinforcement ratio. Steel fibers can be used in reinforced concrete beams to increase shear strength and even replace stirrups. However, most studies about the subject does not apply or is only partially related to WSBs. In this study, ten WSBs were tested under a four-point loading system to investigate their shear behavior. Beams, with a total depth of 100 mm, width of 150 mm and 650 mm span, were cast with different amounts of steel fibers (0, 25, 35 and 45 kg/m<sup>3</sup>). Moreover, beam with minimum amount of transverse shear reinforcement were also produced. The main effects of the fibers, even in small amounts, were providing a flexural residual strength to the concrete and increasing the shear strength of the WSBs, delaying the diagonal shear crack development. The behavior of 45 kg/m<sup>3</sup> steel fibers WSBs was significantly modified in relation to the beam without shear reinforcement. Most of the analytical models studied showed a good estimate (about 11% higher than the experimental value) of the shear strength of the WSBs analyzed in this work.

Recebido em:12/01/2022

Aprovação final em: 05/04/2022

DOI: <https://doi.org/10.25061/2527-2675/ReBraM/2022.v25i2.1468>



## INTRODUÇÃO

As denominadas vigas chatas (VCs) são conhecidas no meio técnico como elementos estruturais que possuem tipologia caracterizada por sua seção transversal com largura maior que a altura. Segundo Conforti, Minelli e Plizzari (2013) esses elementos são muito empregados em construções residenciais no Sul da Europa, Austrália, Oriente Médio, Américas Central e do Sul.

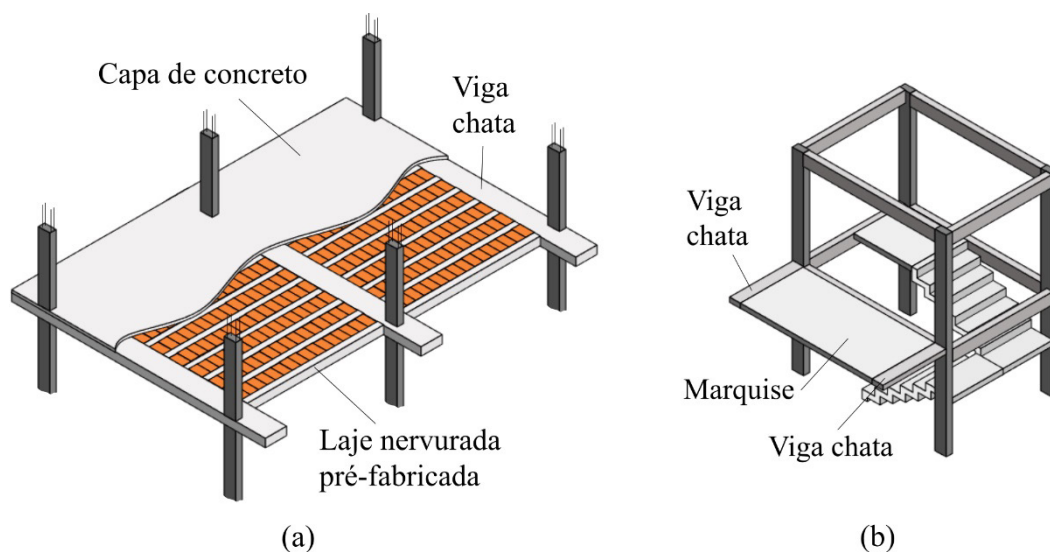
Al-Zaid *et al.* (2014) afirma que as VCs de concreto armado são comumente utilizadas como elemento do sistema estrutural de pavimentos e, de acordo com Shuraim e Al-Negheimish (2011), no Oriente Médio, são muito empregadas como elementos embutidos na superfície do pavimento e dispostos em uma direção para efeito de enrijecimento.

Segundo Khalil *et al.* (2019), em estruturas de pontes, por limitações arquitetônicas, os projetistas recorrem ao uso de VCs para suportar parte do carregamento do pavimento e transferi-lo para as colunas de apoio. Elaborado pelos autores ainda afirmam que uma campanha de investigação desses elementos nas estruturas de algumas pontes mostrou que a fissuração por cisalhamento tem sido algo recorrente.

As VCs têm, portanto, aplicações específicas junto aos sistemas estruturais das edificações. Na Figura 1-a, por exemplo, por questões arquitetônicas para evitar saliências na superfície inferior do pavimento, pode-se recorrer ao emprego da VC de forma que tenha a mesma espessura da estrutura da superfície do pavimento. A ilustração mostra que todos os elementos estruturais do pavimento em concreto armado têm a mesma espessura e que as VCs servirão de apoio para a laje e também para o apoio direto das alvenarias. As VCs são então, elementos estruturais responsáveis, em certos casos, por receber grande parte do carregamento de um pavimento.

Na Figura 1-b, ilustra-se outra possível aplicação de VC em elementos estruturais do tipo marquises em que, devido a impossibilidade de continuidade com laje adjacente e como alternativa ao engastamento na viga, pode-se recorrer ao emprego de VC para a formação de regiões mais rígidas na faixa de ligação da marquise com os pilares.

**Figura 1** – Ilustração de algumas das possíveis aplicações das VCs.



**Fonte:** (a) adaptado de Conforti, Minelli e Plizzari (2013) (b) elaborado pelos autores.

Conforti, Minelli e Plizzari (2013) comentam que, devido a peculiaridade de sua geometria, as VCs merecem especial atenção com relação ao seu comportamento em Estado Limite Último relacionado aos

efeitos de cisalhamento e de flexão.

É consenso na literatura que, uma VC não pode ser tratada diretamente como sendo uma viga do tipo regular, e nem mesmo como uma laje unidirecional, sendo um elemento de comportamento intermediário entre esses.

Algumas pesquisas evidenciam o aumento da resistência ao cisalhamento com o aumento da largura da seção transversal da VC. Entretanto, há também relatos no sentido contrário, ou seja, de que não ocorre nenhum aumento na resistência ao cisalhamento do elemento em função da largura da seção.

Embora o comportamento de elementos estruturais clássicos de concreto armado seja bem conhecido, o comportamento de elementos com a tipologia de VCs, submetidos especificamente ao efeito do cisalhamento, permanece como sendo uma área ainda pouco investigada.

Por outro lado, a aplicação do Concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) tem recebido destaque quanto a sua eficiência como armadura de cisalhamento no sentido de melhorar a capacidade de carga, restringir a propagação de fissuras e possibilitar a substituição parcial ou completa da armadura de estribos em vigas (CASANOVA; ROSSI; SCHALLER, 1997; CONFORTI *et al.*, 2011; CUENCA; SERNA, 2013; DINH; JUÁREZ *et al.*, 2007; PARRA-MONTESINOS; WIGHT, 2010).

A resistência residual à tração do concreto é significativamente melhorada pela adição das fibras de aço ao concreto (AMIM; GILBERT, 2019), devido ao efeito de ponte das fibras que permite a transferência de esforços de tração entre as fissuras do concreto.

O ACI 544.1R-96 (2009) expõe que mesmo a adição de pequenas quantidades de fibras de aço (25 mm de comprimento e 0,40 mm de diâmetro) pode reduzir significativamente a abertura média das fissuras no concreto.

As fibras de aço, distribuídas aleatoriamente no concreto, tem a capacidade, além de aumentar a resistência ao cisalhamento, de retardar significativamente a abertura de fissuras e sua propagação, por isso o uso das fibras possibilita reduzir a quantidade de estribos (SINGH, 2017).

A eliminação da armadura formado pelos estribos em VC é algo altamente desejável, visto que, o cálculo do espaçamento entre os estribos é função da altura da seção, o que nas VCs resulta em espaçamentos reduzidos, dificultando-se o manuseio da armadura do estribo e também a concretagem da peça.

Interessante também observar que as pesquisas sobre o comportamento ao cisalhamento de elementos estruturais moldados com CRFA, não se aplicam, quase que em sua totalidade, ao caso de elementos como as VCs.

As VCs têm comportamento peculiar sob os esforços de cisalhamento, pois mesmo sem armadura transversal, tais elementos exibem bom desempenho, traduzido por uma resistência extra após o surgimento da primeira fissura de cisalhamento (CONFORTI; MINELLI; PLIZZARI, 2013).

Dessa forma, parte-se da tese que, as fibras de aço, mesmo que ainda em baixos teores, podem ser ainda mais eficientes quando aplicadas em VCs, no sentido de possibilitar a substituição completa da armadura mínima de cisalhamento, otimizando-se, portanto, a execução de tais elementos na prática da engenharia.

Nesse contexto, VCs foram investigadas experimentalmente e analiticamente no sentido de avaliar seu comportamento frente aos esforços de cisalhamento quando da adição de baixos teores de fibras de aço: 25, 35 e 45 kg/m<sup>3</sup>. Para tanto, foram avaliados a influência das fibras de aço sobre a propagação da fissuração e o efeito sobre a ductilidade das vigas. Os resultados em termos de resistência, ductilidade, rigidez pós-fissuração e mecanismo de colapso foram também analisados.

Assim, a pesquisa buscou estudar a influência da quantidade de fibras curtas de aço sobre o desempenho de VCs submetidas a esforços provenientes da flexão em quatro pontos. Mesmo que adicionadas em pequenas quantidades foi possível observar que a resposta das vigas chatas contendo 45 kg/m<sup>3</sup> de fibras diferenciou-se significativamente dos grupos contendo menores quantidades de fibras, assemelhando-se ao comportamento da viga contendo fibras, porém sob maiores valores de rigidez e forças.

## **MATERIAL E MÉTODOS**

### **CONFIGURAÇÃO DAS VCS**

O programa experimental foi composto por cinco distintos grupos de VCs com seção transversal de largura igual a 150 mm, altura de 100 mm e comprimento de 750 mm. Os grupos estão descritos na Tabela 1. Na Figura 2 encontra-se indicado o esquema estático do ensaio, as dimensões e o detalhamento da armadura.

Como se vê, as vigas de todos os grupos foram dotadas de armadura longitudinal composta por três barras de 8 mm de diâmetro. Estribos foram utilizados, com quantidade mínima (barras de 5 mm a cada 50 mm), apenas nas vigas do grupo 5 (VE) visando-se o estabelecimento de comparações com o comportamento das vigas dos grupos 2, 3 e 4.

Todos os grupos foram compostos por duas vigas idênticas e moldadas com o mesmo concreto. O grupo 1 (VC-R) foi moldado com concreto convencional de resistência média à compressão igual a 30 MPa e foi dimensionado para ruína por cisalhamento, antes da falha por escoamento da armadura longitudinal.

Os grupos 2 (VC-25), 3 (VC-35) e 4 (VC-45) foram moldados com a mesma composição do concreto do grupo 1 e com a adição de fibras curtas de aço em consumos de 25, 35 e 45 kg/m<sup>3</sup>, respectivamente. Os grupos foram idealizados para o estabelecimento de comparações do comportamento ao cisalhamento com o grupo 1. Já a comparação do comportamento entre os grupos possibilitará a avaliação da influência do aumento do consumo de fibras quanto a resposta estrutural sob o efeito do cisalhamento das VCs.

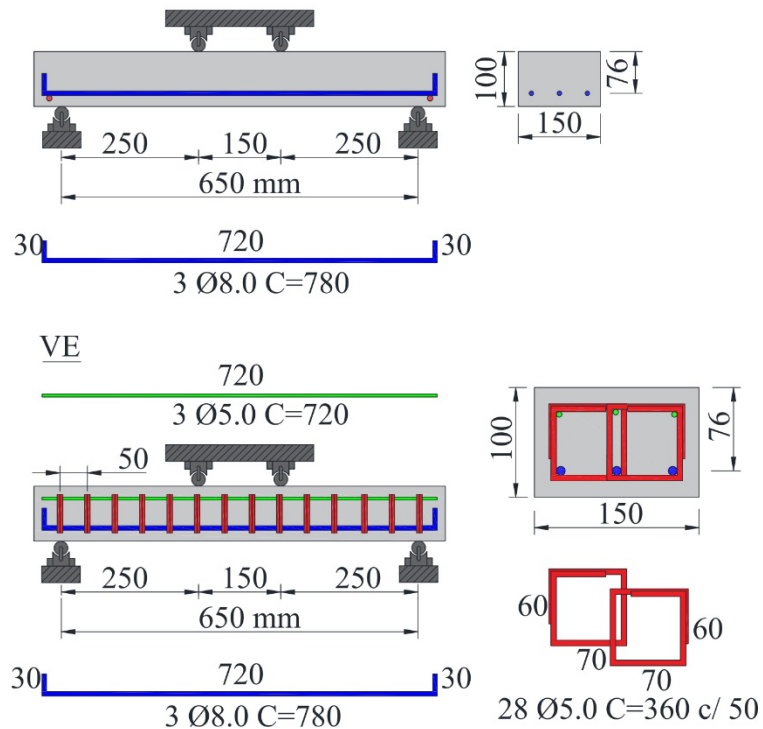
O cobrimento de concreto da armadura foi de 20 mm e a altura útil (d) da seção transversal foi de 76 mm em todos os grupos, ficando a relação entre o vão de cisalhamento “a” e a altura útil (a/d) igual a 3,29.

**Tabela 1** – Grupos de vigas chatas.

Grupo		Consumo de fibras de aço (kg/m <sup>3</sup> )	Armadura
Nº	Nomenclatura		
1	VC-R	0	Somente longitudinal
2	VC-25	25	Longitudinal e fibras de aço
3	VC-35	35	Longitudinal e fibras de aço
4	VC-45	45	Longitudinal e fibras de aço
5	VE	0	Longitudinal + transversal em taxa mínima

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

**Figura 2** – Esquema estático, geometria das VCs e detalhamento da armadura. VC-R, VC-25, VC-35 e VC-45



Fonte: Elaborado pelos autores.

### PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

A composição do traço (em massa) do concreto de todos os grupos foi de 1:1,45:2,10:0,52, sendo utilizado o cimento Portland CP II-Z-32 com consumo de 462 kg/m<sup>3</sup> e relação a/c de 0,52. O agregado miúdo tem módulo de finura de 1,52 e a dimensão máxima característica do agregado graúdo é de 9,5 mm.

A fibra de aço utilizada é formada por arame trefilado a frio com gancho nas extremidades denominada por Wirand FS3N conforme o fabricante. O comprimento das fibras é de 33 mm, diâmetro de 0,75 mm e fator de forma igual a 44. Na Figura 3 tem-se a ilustração das fibras de aço que foram empregadas na pesquisa.

**Figura 3** – Fibras de aço utilizadas.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Tabela 2 tem-se a indicação dos resultados médios de caracterização mecânica do concreto de todos os grupos, acompanhados do coeficiente de variação entre parênteses. A média refere-se ao resultado de quatro corpos de prova moldados para cada grupo. Foram utilizados corpos de prova cilíndricos de 200 mm de comprimento e 100 mm de diâmetro para a obtenção da resistência à compressão do concreto ( $f_{cm,sp}$ ), da resistência à tração por compressão diametral ( $f_{ctm,sp}$ ) e do módulo de elasticidade ( $E_{cm}$ ), conforme as orientações normativas da NBR 5739 (2018), NBR 7222 (2011) e NBR 8522 (2017), respectivamente.

Corpos de prova prismáticos com seção transversal de 100 mm x 100 mm e comprimento de 380 mm foram utilizados para a determinação da resistência à flexão ( $\sigma_b$ ), da tenacidade ( $\overline{\sigma}_b$ ) e da resistência residual à flexão ( $\overline{\sigma}_b$ ) dos concretos de cada grupo, por meio de ensaios de caracterização na flexão em quatro pontos.

Todos os ensaios de caracterização foram realizados aos 28 dias de idade dos concretos, quando os corpos de prova foram retirados do processo de cura promovido em câmara úmida.

Pelos resultados indicados na Tabela 2, vê-se que as fibras pouco influenciaram na resistência à compressão, no módulo de elasticidade, na resistência à tração por compressão diametral e também na resistência à tração na flexão. O principal efeito das fibras foi o aumento da tenacidade da matriz de concreto, devido à resistência pós-fissuração dado pelo mecanismo do efeito de ponte das fibras.

Como se vê, a adição das fibras alterou as condições de trabalhabilidade das misturas de cada grupo. Fica evidente que o valor do slump (abatimento) diminuiu com o aumento da quantidade de fibras. A maior alteração no slump (40% de redução em relação a mistura sem fibras) foi aquela para o concreto do grupo VC-45. Mediante os baixos valores de consumos de fibras em cada grupo e os valores obtidos para o slump, não se fez necessária a adição de aditivo voltado para fins de melhoria da mobilidade das misturas de cada grupo.

**Tabela 2** – Propriedades mecânicas dos concretos.

Grupo	VC-R e VE	VC-25	VC-35	VC-45
$f_{cm}$ (MPa)	31,8 (3%)	31,7 (2%)	31,8 (6%)	29,6 (5%)
$f_{ctm,sp}$ (MPa)	2,66 (6%)	2,46 (6%)	2,50 (4%)	2,27 (6%)
$E_{cm}$ (MPa)	25.600 (6%)	26.920 (9%)	26.350 (3%)	27.280 (7%)
$\sigma_b$ (MPa)	4,08 (10%)	3,91 (6%)	4,08 (4%)	3,36 (17%)
$T_b$ (N.m)	-	13,18 (12%)	18,49 (15%)	16,78 (25%)
$\overline{\sigma}_b$ (MPa)	-	1,86 (10%)	2,69 (16%)	2,43 (26%)
Abatimento (mm)	120	110	90	65

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

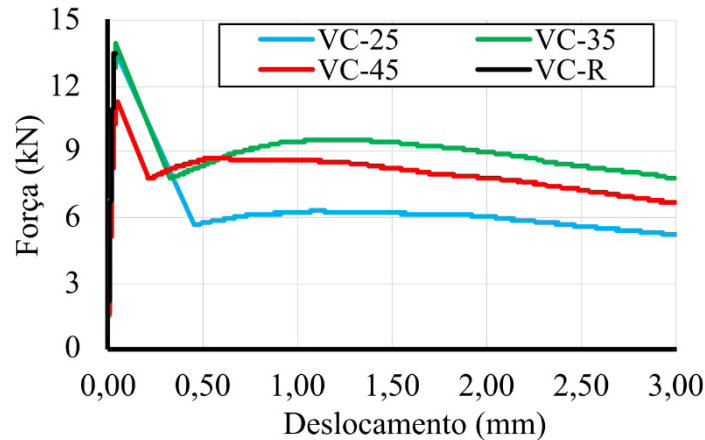
Os valores de resistência à flexão ( $\overline{\sigma}_b$ ), indicados na Tabela 2, denotam que com a adição de fibras nos volumes 25 e 35 kg/m<sup>3</sup> não aumentou e nem mesmo diminuiu os valores dessa propriedade em relação ao concreto sem fibras. Para o concreto contendo 45 kg/m<sup>3</sup> foi observada uma diminuição significativa da resistência (em torno de 18%) em relação ao concreto sem fibras.

A resistência residual pós-pico dos concretos, medida pelo fator de tenacidade à flexão ( $\overline{\sigma}_b$ ), apresentou aumento (de 45%) do grupo VC-35 em relação ao VC-25. Para o grupo VC-45 o aumento foi de 30% em relação ao grupo VC-25, não se observando aumento no valor dessa propriedade em relação ao grupo VC-35.



Na Figura 4 são apresentadas as curvas médias força versus deslocamento vertical da seção central dos corpos de prova prismáticos de cada grupo. A resposta do grupo sem fibras foi de uma ruptura brusca e imediata após a primeira fissura. Nos demais grupos, as fibras possibilitaram resistência pós fissuração ao material, porém, sempre em patamares de força inferiores ao valor alcançado até na fissuração do concreto, demonstrando-se comportamento de amolecimento do concreto com fibras.

**Figura 4** – Curvas médias força-deslocamento vertical dos corpos de prova prismáticos.



Fonte: Elaborado pelos autores.

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

No ensaio das VCs, a força foi aplicada por prensa hidráulica com capacidade de 600 kN (Instron EMIC 23-600) em uma taxa de deslocamento do pistão de 0,23 mm/min. A leitura da força foi realizada por meio de célula de carga acoplada à prensa e os deslocamentos verticais em cada face do meio do vão das vigas foram monitorados por meio de dois deflectômetros eletrônicos EMIC EE12. A Figura 5 mostra o equipamento e a viga posicionada para o ensaio. Uma das faces da viga foi toda demarcada em cor branca e quadriculada para facilitar a visualização das fissuras.

**Figura 5** – Equipamento de ensaio e VC devidamente posicionada.



Fonte: Elaborado pelos autores.



Na Figura 6 são reunidas as curvas médias força-deslocamento vertical de cada grupo de VC para efeito de estabelecimento de comparações. As vigas chatas de todos os grupos apresentaram comportamento elástico linear até o surgimento da primeira fissura no concreto ( $P_r$ ). O comportamento de cada viga após a primeira fissura seguiu-se linearmente e com queda de rigidez até o surgimento da fissura diagonal de cisalhamento ( $P_u$ ).

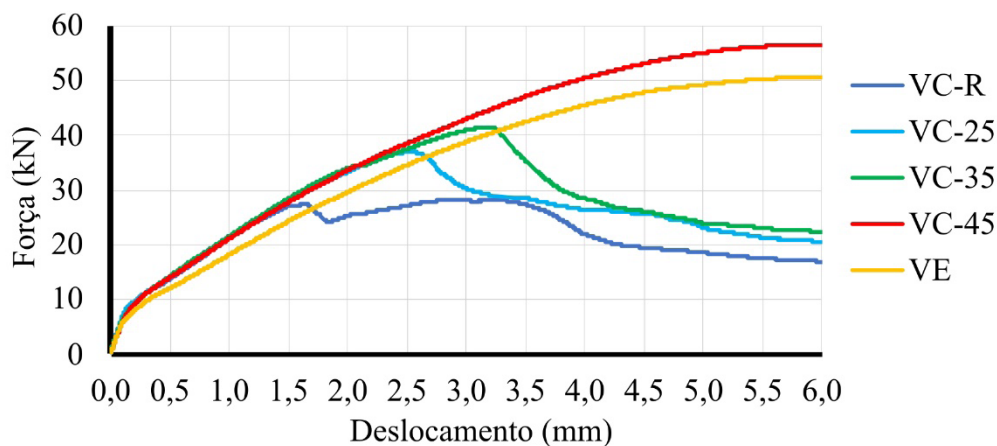
Após o surgimento da fissura diagonal de cisalhamento, a resposta das vigas deu-se mediante nova queda de rigidez, mas ainda com incremento de força e deslocamento vertical até o ponto da curva correspondente a força máxima de pico ( $P_u$ ).

Para o grupo VC-45, quando do surgimento da fissura diagonal de cisalhamento ( $P_u$ ), foi observada modificação muito sutil na resposta das vigas. A fissura inclinada formou-se sem queda de rigidez significativa ou mesmo perceptível por ressaltos no comportamento denotado pelas curvas das vigas desse grupo.

As fibras, mesmo para os consumos de apenas 25 e 35 kg/m<sup>3</sup>, foram suficientes para modificar a resposta antes e após o pico, em relação as vigas do grupo VC-R. A modificação antes do pico foi aquela observada pelo atraso no surgimento da fissura de cisalhamento e aumento da força de pico. Após o pico, a modificação foi aquela caracterizada por maiores valores de força com o aumento da deformação da viga.

Com o consumo de 45 kg/m<sup>3</sup> de fibras, o comportamento da viga foi significativamente modificado em relação a resposta da viga sem estribo do grupo VC-R. A resposta do grupo VC-45 diferencia-se também das vigas dos grupos contendo fibras (VC-25 e VC-35), assemelhando-se ao comportamento da viga contendo estribos (grupo VE), porém sob maiores valores de rigidez e força.

**Figura 6** – Curvas médias força-deslocamento vertical das VCs.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Tabela 3 são agrupados os valores de força das vigas, seus valores médios representativos de cada grupo (fissuração, cisalhamento e pico) e os deslocamentos verticais referentes a força de pico ( $P_u/P_r$ ).

As vigas com estribos apresentaram ruptura típica correspondente ao Estado Limite Último por escoamento da armadura tracionada seguido pelo esmagamento do concreto do banzo comprimido. As demais vigas apresentaram ruína por cisalhamento caracterizada pela propagação da fissura diagonal no vão de cisalhamento.

Uma das principais implicações observadas pelo estudo foi que as VCs, mesmo aquelas sem fibras, alcançaram resistência última ao cisalhamento maior do que aquela correspondente a primeira fissura

de cisalhamento. O colapso da viga não foi aquele frágil e repentino concomitante ao surgimento da fissura de cisalhamento.

Nenhuma viga chata apresentou falha logo quando do surgimento da fissura de cisalhamento, mas observou-se um intervalo de capacidade resistente representada pela relação:  $P_u/P_f$ . Esse intervalo de capacidade resistente foi maior nos grupos com fibras, e para o consumo de 45 kg/m<sup>3</sup> superou inclusive o grupo com estribos.

Interessante ressaltar que a relação  $\delta_u/\delta_f$  foi de apenas 1,10 no grupo VC-R, mas chegou-se a 1,54 para o grupo VC-45, sendo esse valor levemente superior ao de 1,51 para o grupo VE das vigas dotadas de estribos.

Na Tabela 3 é estabelecido o indicador de ductilidade dado pela relação entre os deslocamentos verticais ( $\delta_u/\delta_f$ ) correspondentes a força de pico e aquela de surgimento da fissura principal de cisalhamento. Como se vê, fica destacado o valor do intervalo do grupo VC-45 como superior ao do grupo dotado de estribo, revelando-se a magnitude da capacidade desse grupo em manter a capacidade de carga mesmo após o surgimento da fissura de cisalhamento.

Com relação à força de surgimento da fissura de cisalhamento, fica destacada a resposta para o consumo de 45 kg/m<sup>3</sup> de fibras, em que maior valor de força foi registrado quando comparado com todos os grupos.

Para a força média de pico, em relação ao grupo VC-R, verificou-se um aumento de 15% para o grupo VC-25, de 30% para o grupo VC-35, de 75% para o grupo VC-45 e, 57% para o grupo VE.

**Tabela 3** – Valores das forças e deslocamentos verticais das vigas dos grupos.

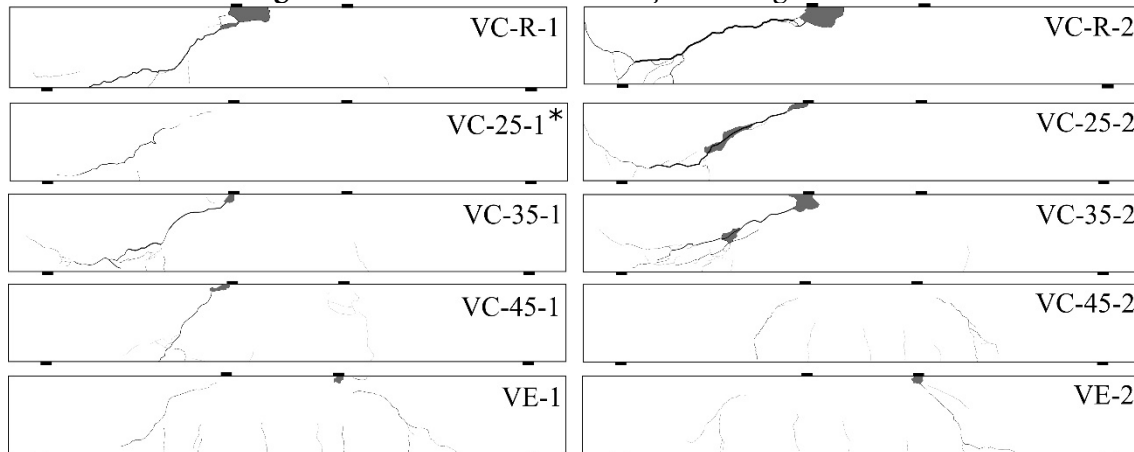
Grupo	Viga	(kN)	(kN)	(mm)	(kN)	(mm)	$\delta_u/\delta_f$	Modo de ruína
VC-R	VC-R-1	7,69	35,32	2,04	39,78	2,83	1,39	Cisalhamento
	VC-R-2	6,72	23,35	1,32	24,77	1,50	1,14	Cisalhamento
	Média	7,20	29,34	1,68	32,28	2,16	1,29	-
VC-25	VC-25-1	8,01	27,30	1,61	35,23	2,59	1,61	Cisalhamento
	VC-25-2	8,55	24,08	1,09	38,92	2,50	2,29	Cisalhamento
	Média	8,28	25,69	1,35	37,08	2,54	1,89	-
VC-35	VC-35-1	7,42	36,05	2,01	46,09	3,36	1,67	Cisalhamento
	VC-35-2	6,85	31,97	2,00	37,64	3,05	1,52	Cisalhamento
	Média	7,14	34,01	2,00	41,87	3,20	1,60	-
VC-45	VC-45-1	6,79	34,57	2,15	53,74	5,83	2,71	Cisalhamento
	VC-45-2	6,89	38,51	2,40	59,40	6,00	2,50	Cisalhamento
	Média	6,84	36,54	1,97	56,57	5,91	2,60	-
VE	VE-1	5,56	33,12	2,25	52,20	5,81	2,58	Flexão
	VE-2	6,24	33,79	2,51	49,22	6,00	2,39	Flexão
	Média	5,90	33,46	2,38	50,71	5,90	2,48	-

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

O panorama da fissuração das vigas chatas referente ao deslocamento vertical de 6 mm é apresentado na Figura 7. Os três primeiros grupos apresentaram panorama de fissuração similar, enquanto o grupo VC-45 assemelhou-se ao grupo com estribos: fissuras diagonais com maior inclinação e menor comprimento,

denotando-se a capacidade das fibras em costurar as fissuras de cisalhamento.

**Figura 7** – Panorama de fissuração das vigas chatas.



**Fonte:** Elaborado pelos autores.

### MODELOS ANALÍTICOS

Na Tabela 4 são indicadas seis distintas formulações analíticas existentes na literatura e voltadas para a estimativa da capacidade resistente ao cisalhamento da seção transversal de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço. Os valores de força resistente, obtidos por meio de cada modelo são aqui comparados com aqueles obtidos experimentalmente. Os parâmetros de cada modelo encontram-se descritos como indicado a seguir:

$b$ : vão de cisalhamento da viga [mm];

$b$ : largura da seção transversal da viga [mm];

$c$ : profundidade da zona comprimida [mm];

$d$ : altura útil da seção transversal da viga [mm];

$d_f$ : diâmetro máximo característico do agregado graúdo [mm];

$d_f$ : diâmetro da fibra de aço [mm];

$f_c$ : efeito de arco na viga;

$f_c$ : resistência à compressão do concreto obtida a partir de corpo de prova cilíndrico [N/mm<sup>2</sup>];

$f_{cuf}$ : resistência à tração do concreto [N/mm<sup>2</sup>];

$f_{cuf}$ : resistência à compressão do concreto obtida a partir de corpo de prova do tipo cúbico moldado em CRF [N/mm<sup>2</sup>]. Aqui estimada como:  $f_{cuf} = \frac{f_c}{0,8}$

$f_{ftu}$ : resistência ao escoamento das fibras de aço [N/mm<sup>2</sup>];

$f_{ftu}$ : resistência à tração por compressão diametral do concreto [N/mm<sup>2</sup>];

$f_{ftu}$ : resistência residual à tração do CRF [N/mm<sup>2</sup>];

$v_b$ : comprimento da fibra de aço [mm];

$v_b$ : resistência ao arrancamento das fibras ao longo da fissura inclinada [N/mm<sup>2</sup>];

$K$ : área da seção transversal da armadura longitudinal [mm<sup>2</sup>];

$K$ : efeito escala;



- $f_{R1}$ : capacidade resistente ao cisalhamento da seção da viga [N];
- $\rho$ : taxa de armadura longitudinal da viga;
- $\eta_f$ : fator de aderência da fibra de aço à matriz de concreto;
- $\psi$ : efeito escala;
- $V_f$ : fator de armadura;

A maioria dos modelos utilizam a descrição das propriedades das fibras de aço por meio do fator de fibra (F), que leva em conta o teor de fibra em volume ( $V_f$ ), o fator de forma ( $l_f/d_f$ ) e as propriedades de aderência da fibra ( $\eta_f$ ), dado pela Equação (1).

$$F = \frac{l_f}{d_f} V_f \eta_f \quad (1)$$

O modelo (1) é o que consta no item 7.2.2 da norma brasileira NBR 16935 (2021) e também no item 7.7.3.2.2 do Model Code (2010). Esses itens normativos tratam do dimensionamento de elementos lineares de concreto reforçado com fibras submetido à força cortante, dotados de armadura longitudinal e sem armadura transversal. Essa condição representa o caso das VCs dos grupos VC-25, VC-35 e VC-45.

No modelo (1), a resistência característica à tração direta do concreto reforçado com fibras é calculada pelas Equações (2) e (3), sendo " $f_{R1}$ " o valor último da abertura da fissura, aqui considerado igual a 1,5 mm.

Nas referidas equações, " $f_{R1}$ " e " $CMOD_3$ " são valores característicos das resistências residuais equivalente ao  $CMOD_1 = 0,5$  mm e  $CMOD_3 = 2,5$  mm, respectivamente. Aqui, o controle do ensaio de caracterização do concreto com fibras não foi realizado usando-se o clip gauge, então, a Equação (4), indicada no item 6.1 da norma NBR 16940 (2021) e também no Model Code (2010), é utilizada para equivalência entre os valores de CMOD (deslocamento da abertura da entrada do entalhe) e de deslocamento vertical ( $\delta$ ).

$$f_{ftu} = f_{fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{fts} - 0,5 f_{R3} + 0,2 f_{R1}) \quad (2)$$

$$f_{fts} = 0,45 f_{R1} \quad (3)$$

$$\delta = 0,85 CMOD + 0,04 \quad (4)$$

Assim, estabelecida a equivalência entre  $\delta_1$  e CMOD, foi possível determinar os valores de forças residuais associadas com as deformações equivalentes  $\delta_1$  e  $f_{R,j}$  e, os valores de resistência residual ( $f_{R,j}$ ) foram calculados pela Equação (5).

$$f_{ftu} \quad (5)$$

O modelo (2) utiliza a estimativa da resistência residual ( $f_{ftu}$ ) conforme modelo constitutivo proposto por Singh (2017), para efeito de comparação com o modelo (1).

O modelo (3), proposto por Narayanan e Darwish (1987), consiste numa formulação semiempírica

para o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço. O modelo (3), segundo Mondo (2011), é ainda consistente quando comparado com equacionamentos mais atuais e baseados na caracterização pós-pico do comportamento do concreto reforçado com fibras.

O modelo (3) considera o efeito de arco por meio do parâmetro " $f_{sp}$ " que é descrito como sendo igual a 1,0 para relação  $a/d > 2,8$  como é o caso das vigas aqui estudadas. A capacidade de carga indicada pelo modelo é fortemente dependente da resistência à tração do concreto obtida por meio da compressão diametral ( $f_{sp}$ ), da taxa de armadura ( $d/a$ ), da relação  $d/a$  e do fator de fibra (F). Aqui, os resultados de  $f_{sp}$  foram aqueles obtidos diretamente pelo ensaio de caracterização ao invés daqueles recomendados com base em estimativas a partir da resistência à compressão.

O modelo (4), proposto por Arslan (2014), é baseado na equação de Zsutty (1971), com a adição da determinação da altura da zona comprimida ( $f_c$ ) proposta por Zararis e Papadakis (2001). O modelo tem forte dependência da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), altura de linha neutra, relação  $a/d$ , taxa de armadura e fator de fibra (F). Entretanto, esse método para determinar a altura da linha neutra ignora a contribuição das fibras no equilíbrio da seção transversal (LANTSOGHT, 2019).

O modelo (5) é o proposto por Imam et al. (1997) derivado da equação indicada por Bažant e Kim (1984) a partir de conceitos da mecânica da fratura de materiais quase-frágeis com o objetivo de incluir a contribuição das fibras. O modelo considera o efeito de escala das vigas por meio do parâmetro  $\rho$  e relaciona a taxa de armadura ( $\rho$ ) por meio do parâmetro ( $f_c$ ). A formulação denota também forte dependência da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ).

O modelo (6) é o proposto por Ismail, Yosri e El-Dakhkhni (2022) a partir de um banco de dados composto por 752 ensaios em vigas e visa prever a capacidade resistente ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço sem estribos. O efeito escala é dado pelo mesmo fator  $K$  do modelo (1). A faixa de variação dos parâmetros do banco de dados também é apresentada na Tabela 4. Utilizar valores abaixo ou acima desses limites configura extrapolação do modelo, e deve ser realizado com cautela. Frações volumétricas de fibra de aço menor que 0,20%, por exemplo, podem conduzir a valores de resistência ao cisalhamento muito conservadores.

**Tabela 4** – Modelos para estimativa da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA.

Modelo	Referência	Equacionamento	Eq.
1	NBR 16935 (2021) e Model Code (2010)	$V_u = \left\{ 0,18 K \left[ 100 \rho \left( 1 + 7,5 \frac{f_{Ftu}}{f_{ct}} \right) f_c \right]^{1/3} \right\} b d \geq V_{min}$	(6)
		$V_{min} = 0,035 K^{3/2} f_c^{1/2} b d$	(7)
		$K = 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} \leq 2$	(8)
		$f_{ct} = 0,3 \cdot f_c^{2/3}$	(9)
2	Modelo (1) + Singh (2017)	$f_{Ftu} \leq \begin{cases} 0,3 \eta_f \sqrt{f_c} V_f l_f / d_f \\ 0,87 f_{fy} V_f \end{cases}$	(10)
		$\eta_f = 2,0 \text{ para fibra com gancho nas extremidades}$	(11)
3	Narayanan e Darwish (1987)	$V_u = [e(0,24 f_{sp} + 80 \rho^{d/a}) + v_b] b d$	(12)
		$e = \begin{cases} 1,0 & \text{se } a/d > 2,8 \\ 2,8 d/a & \text{se } a/d \leq 2,8 \end{cases}$	(13)
		$f_{sp} = \frac{f_{cuf}}{20 - \sqrt{F}} + 0,7 + \sqrt{F}$	(14)
		$v_b = 1,70 F$	(15)
		$\eta_f = 0,75 \text{ para fibra com gancho nas extremidades}$	(16)
4	Arslan (2014)	$V_u = \left[ \left( 0,2(f_c)^{2/3} \frac{c}{d} + \sqrt{\rho(1 + 4F)} f_c \right)^3 \sqrt{\frac{3}{a/d}} \right] b d$	(17)
		$\eta_f = 0,75 \text{ para fibra com gancho nas extremidades}$	(18)
		$\left( \frac{c}{d} \right)^2 + \left( \frac{600\rho}{f_c} \right) \left( \frac{c}{d} \right) - \frac{600\rho}{f_c} = 0$	(19)

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Na Tabela 5, para efeito de comparações, apresenta-se a relação entre a capacidade resistente ao cisalhamento experimental ( $V_{u,tesor}$ ) e a teórica fornecida por cada um dos modelos analíticos ( $V_{u,teor}$ ), bem como o valor médio e o coeficiente de variação referente aos grupos de viga chata VC-25, VC-35, VC-45 e VC-R.



**Tabela 5** – Relação entre força resistente experimental e teórica para os modelos.

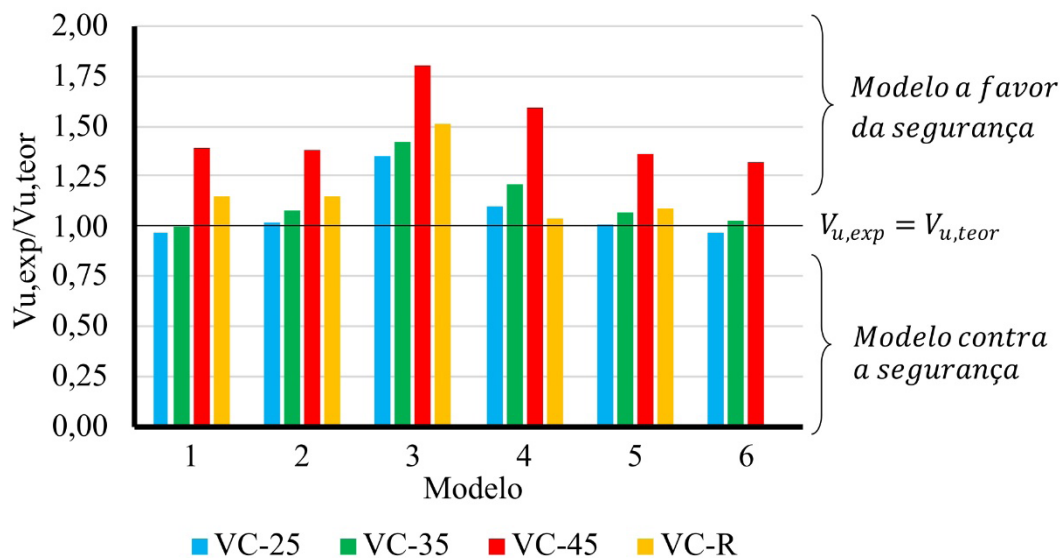
Modelo	$V_{u,exp}/V_{u,teor}$				Média	CV (%)
	VC-25	VC-35	VC-45	VC-R		
1	0,97	1,00	1,39	1,15	1,13	16,84
2	1,02	1,08	1,38	1,15	1,16	13,61
3	1,35	1,42	1,80	1,51	1,52	13,06
4	1,10	1,21	1,59	1,04	1,24	20,01
5	1,01	1,07	1,36	1,09	1,13	13,78
6	0,97	1,03	1,32	-	1,11	17,02

Fonte: Elaborado pelos autores.

O modelo (6), proposto por Ismail, Yosri, e El-Dakhkhni (2022) foi o que forneceu resultados mais próximos aos experimentais, com estes superando em média 11% os valores teóricos. Os modelos (1), (5) e (6) resultaram em boas estimativas a favor da segurança.

Os modelos (1) e (2) forneceram resultados similares, indicando que o modelo constitutivo de Singh (2017) se mostrou satisfatório quanto ao cálculo da resistência residual à tração do concreto reforçado com fibras de aço ( $f_{Ftu}$ ).

Como é mostrado na Figura 8, os modelos (1), (2), (5) e (6) permitiram obter boa estimativa da capacidade resistente das vigas aqui estudadas e o modelo (3), proposto por Narayanan e Darwish (1987), forneceu os resultados mais conservadores, com os valores experimentais superando em média 52% os valores teóricos.

**Figura 8** – Relação entre força resistente experimental e teórica para os modelos.

Fonte: Elaborado pelos autores.

## CONCLUSÃO

Na presente pesquisa, foi estudado o comportamento ao cisalhamento na flexão de vigas chatas com altura de 100 mm, largura de 150 mm e consumos de fibras de aço de 0, 25, 35 e 45 kg/m<sup>3</sup> e também, com uma quantidade mínima de armadura transversal. Baseado nos resultados experimentais e analíticos obtidos nesta pesquisa, são apresentadas as seguintes conclusões:

- A ruína ao cisalhamento das vigas foi associada com avisos visíveis, fissuras e deformações que não são típicas de vigas clássicas sem estribos;
- As fibras de aço, até mesmo em baixas taxas, no caso  $45 \text{ kg/m}^3$ , possibilitaram comportamento estrutural superior ao da viga chata contendo estribos em taxa mínima;
- A quantidade de  $45 \text{ kg/m}^3$  mostrou ser suficiente para substituir completamente a quantidade mínima de armadura de cisalhamento na viga chata do estudo;
- As VCs, mesmo sem fibras, exibiram resistência última ao cisalhamento maior que aquela correspondente a primeira fissura de cisalhamento;
- Todas as VCs apresentaram um intervalo de capacidade resistente representado pela relação (força última/força de surgimento da fissura diagonal). Os valores desses intervalos foram maiores nos grupos com fibras, e para o consumo de  $45 \text{ kg/m}^3$ , superou inclusive o grupo de viga armada com estribos;
- Entre os modelos analíticos aplicados, os propostos por Ismail, Yosri, e El-Dakhakhni (2022), Model Code (2010) e Imam *et al.* (1997) foram os que apresentaram resultados mais próximos aos experimentais;
- Todos os modelos apresentaram a mesma tendência de aumento de divergência com o resultado experimental quando se aumenta a quantidade de fibras;
- Os resultados indicados pelo Model Code (2010) evidenciaram que a resistência residual à tração do concreto foi calculada de maneira satisfatória a partir da equivalência entre os valores de CMOD e  $\delta$ .

## REFERÊNCIAS

- ACI COMMITTEE 544. **ACI 544.1R-96**: Report on Reinforced Concrete (Reapproved 2009). ACI, 2009.
- AL-ZAID, R. A.; EL-SAYED, A. K.; AL-NEGHEIMISH, A. I.; SHURAIM, A. B.; ALHOZAIMY, A. M. Strengthening of structurally damaged wide shallow RC beams using externally bonded CFRP plates. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 11, n. 6, nov. 2014.
- AMIN, A.; GILBERT, R. I. Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams—Part II: Strength, Ductility, and Design. **ACI Structural Journal**, v. 116, n. 2, p. 113-123, mar., 2019.
- ARSLAN, G. Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC) Slender Beams. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 18, n. 2, p. 587-594, mar., 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16889**: Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, 2020.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16935**: Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras - Procedimento. Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.
- BAZANT, Z. P.; KIM, J. K. Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams. **ACI Journal**, Proceedings, v. 81, n. 5, p. 456-468, set.-out., 1984.

CASANOVA, P.; ROSSI, P.; SCHALLER, I. Can Steel Fibers Replace Transverse Reinforcements in Reinforced Concrete Beams? **ACI Materials Journal**, v. 94, n. 5, p. 341-354, set.-out., 1997.

CHOI, K-K.; PARK, H-G.; WIGHT, J. K. Shear strength of steel fibre-reinforced concrete beams without web reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 104, n. 1, p. 12-21, jan.-fev., 2007.

CONFORTI, A.; CUENCA, E.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A. Can we mitigate or eliminate size effect in shear by utilizing steel fibers? **Fib Symposium** "Concrete engineering for excellence and efficiency", Prague, Czech Republic., 2011.

CONFORTI, A.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A. Wide-shallow beams with and without steel fibres: A peculiar behaviour in shear and flexure. **Composites: Part B**, v. 51, p. 282-290, Elsevier, ago., 2013.

CUENCA, E.; SERNA, P. Failure modes and shear design of prestressed hollow core slabs made of fiber-reinforced concrete. **Composites Part B: Engineering**, v. 45, n. 1, p. 952-964, fev., 2013.

DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K. Shear Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 107, n. 5, p. 597-606, set.-out., 2010.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F.; VAN GEMERT, D. Shear domain of fibre reinforced high-strength concrete beams. **Engineering Structures**, v. 19, n. 9, p. 738-747, set., 1997.

ISMAIL, M., K.; YOSRI, A.; EL-DAKHAKHNI, W. A Multi-Gene Genetic Programming Model for Predicting Shear Strength of Steel Fiber Concrete Beams. **ACI Structural Journal**, v. 119, n. 2, mar., 2022.

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS. **JSCE-SF4**: Method of tests for flexural strength and flexural toughness of steel fiber reinforced concrete. Concrete Library of JSCE. Part III-2 Method of tests for steel fiber reinforced concrete, n. 3, p. 58-61, jun., 1984.

JUÁREZ, C.; VALDEZ, P.; DURÁN, A.; SOBOLEV, K. The diagonal tension behavior of fiber reinforced concrete beams. **Cement and Concrete Composites**, v. 29, n. 5, p. 402-408, mai., 2007.

KHALIL, A. E.; ETMAN, E.; ATTA, A.; BARAGHITH, A.; BEHIRY, R. The Effective Width in Shear Design of Wide-shallow Beams: A Comparative Study. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 23, p. 1670-1681, fev., 2019.

LANTSOGHT, E. O. L. Database of Shear Experiments on Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrups. **Materials**, v. 12, n. 917, mar., 2019.

MONDO, E. **Shear Capacity of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams Without Conventional Shear Reinforcement**. Dissertação (Mestre das ciências). Royal Institute of Technology, Stockholm: MoST, Sweden, 2011.

NARAYANAN, R.; DARWISH, I. Y. S. Use of steel as shear reinforcement. **ACI Structural Journal**, v. 84, n. 3, p. 216-227, mai.-jun., 1987.



SHURAIM, A. B.; AL-NEGHEIMISH, A. I. Design considerations for joist floors with wide-shallow beams. **ACI Structural Journal**, v. 108, n. 2, p. 188-196, mar.-abr., 2011.

SINGH, H. **Steel Fiber Reinforced Concrete: Behaviour, Modelling and Design**. Editora Springer. Singapore: Springer Nature, 2017.

ZARARIS, P. D.; PAPADAKIS, G. CH. Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 7, jul., 2001.

ZSUTTY, T. Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beam Tests. **ACI Journal**, Proceedings, v. 68, n. 2, p.138-143, fev., 1971.